

МЕТОДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

УДК 621.321

Андрей Ильич Тихонов

ФГБОУВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина», доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой физики, Россия, Иваново, e-mail: aitispu@mail.ru

Вадим Евгеньевич Мизонов

ФГБОУВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина», доктор технических наук, профессор кафедры прикладной математики, Россия, Иваново, e-mail: mizonov46@mail.ru

Алексей Вадимович Стулов

ООО «НПК «АВТОПРИБОР», кандидат технических наук, заместитель генерального директора по научной работе, Россия, Владимир, e-mail: alxstl@mail.ru

Марина Сергеевна Фадеева

ФГБОУВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина», соискатель, Россия, Иваново, e-mail: fadeeva-mc@yandex.ru

Моделирование тепловых процессов с использованием электрических схем замещения в цифровых двойниках технических устройств¹

Авторское резюме

Состояние вопроса. Одно из перспективных направлений цифровизации экономики сегодня связывают с понятием цифровых двойников технических систем. Интерес представляют, в частности, цифровые двойники, которые строятся на основе имитационных моделей технических устройств, калибруемых по результатам экспериментальных исследований на реальном устройстве. Такие модели позволяют осуществлять превентивный анализ последствий эксплуатации данных устройств в различных режимах. При этом возникает проблема построения параметрически связанных моделей физических процессов различной природы, лежащих в основе принципов функционирования данных устройств. В настоящее время для этих целей используются пакеты имитационного моделирования, наиболее популярным из которых является MatLab Simulink. Однако не все подобные пакеты предоставляют средства для работы с цепными моделями всех интересующих пользователя физических процессов. В связи с этим актуальной является разработка способа построения цифровых двойников технических устройств с использованием моделей произвольных физических процессов (в частности, тепловых) на основе электрических схем замещения, что унифицирует задачу моделирования процессов на основе теории цепей.

¹ Работа была выполнена при финансовой поддержке РФФИ, региональный конкурс Ивановской области, проект № 20-48-370001 от 19.01.2021.

The project is carried out with financial support of Russian Foundation for Basic Research (RFBR), local contest of Ivanovo region № 20-48-370001 dated 19.01.2021.

Материалы и методы. При разработке способа построения цифровых двойников использовано явление изоморфизма уравнений физических процессов на основе теории цепей, построенной на основе теории обыкновенных дифференциальных уравнений. Моделирование осуществлено в среде MatLab Simulink с использованием библиотеки моделирования физических процессов SimScape. При моделировании приняты допущения, типичные для теории цепей.

Результаты. Разработан способ построения имитационных моделей, основанный на использовании электрических схем замещения физических процессов произвольной природы. В отличие от существующих подходов, где метод аналогии используется главным образом для моделирования одного из процессов, интересующих исследователя, предлагается создавать единую связанную модель всех физических процессов, лежащих в основе функционирования данного класса устройств, что позволит снизить уровень требований к системам имитационного моделирования, ограничив запрашиваемый функционал этих систем лишь электрическими цепями.

Выводы. Предложенный способ может быть положен в основу создания цифровых двойников технических устройств, позволяющих имитировать их работу в произвольных режимах с учетом множества связанных факторов различной физической природы.

Ключевые слова: цифровые двойники, изоморфизм уравнений, теория цепей, обыкновенные дифференциальные уравнения, имитационные модели

Andrey Ilyich Tikhonov

Ivanovo State Power Engineering University, Doctor of Engineering Sciences, Professor, Head of Physics Department, Russia, Ivanovo, e-mail: aitispu@mail.ru

Vadim Evgenievich Mizonov

Ivanovo State Power Engineering University, Doctor of Engineering Sciences, Professor of Applied Mathematics Department, Russia, Ivanovo, e-mail: mizonov46@mail.ru

Aleksey Vadimovich Stulov

LLC "NPK AVTOPRIBOR", Candidate of Engineering Sciences, (PhD), Vice Director for Research, Russia, Vladimir, e-mail: alxstl@mail.ru

Marina Sergeevna Fadeeva

Ivanovo State Power Engineering University, External Post graduate student, Russia, Ivanovo, e-mail: fadeeva-mc@yandex.ru

Modeling thermal processes using electrical equivalent circuits in digital twins of technical devices

Abstract

Background. One of the promising areas of digitalization of the economy today is associated with the concept of digital twins of technical systems. Digital twins based on simulation models of technical devices, which are calibrated according to the results of experimental studies on a real-time device are of great interest. Such models allow us to conduct preventive analysis of the operation consequences of these devices in various modes. Thus, a problem occurs to develop parametrically coupled models of physical processes of various natures that underlie the principles of operation of these devices. Currently, for these purposes, simulation software packages are used. MatLab Simulink software is the most popular one. However, not all such software packages provide tools to work with chain models of all physical processes that are of the user interest. Thus, the purpose of this article is to develop methods to construct digital twins of technical devices using models of arbitrary physical processes (in particular, thermal) based on electrical equivalent circuits. It unifies the task of modeling processes based on circuit theory.

Materials and methods. To develop the method to construct digital twins, the authors have applied the phenomenon of isomorphism of equations of physical processes based on the theory of circuits that is based on the theory of ordinary differential equations. The simulation has been carried out in the MatLab Simulink environment using the SimScape library for modeling physical processes. Assumptions typical for circuit theory are made during simulation.

Results. A method has been developed to construct simulation models based on the use of electrical equivalent circuits of physical processes of an arbitrary nature. In contrast to existing approaches, where the analogy method is used to simulate one of the processes of the researcher interest, it is proposed to develop a single integrated model of all physical processes underlying the operation of this class of devices. It will re-

duce the level of requirements for simulation systems by limiting the requested functionality of these systems to electrical circuits only.

Conclusions. The proposed method can be used as the basis for the development of digital twins of technical devices that allow simulating their operation in arbitrary modes, considering a variety of related factors of different physical nature.

Key words: digital twins, isomorphism of equations, circuit theory, ordinary differential equations, simulation models

DOI: 10.17588/2072-2672.2021.5.051-059

Введение. Одним из наиболее замечательных качеств природных процессов является изоморфизм, суть которого состоит в том, что разные по природе явления могут быть описаны одинаковыми по форме уравнениями. Модели, построенные на основе изоморфизма уравнений, получили название аналогий [1, 2]. Надо отметить, что метод аналогий играл и продолжает играть большую роль в развитии физики [3, 4] и техники [5, 6].

Наиболее характерным примером в этом смысле является математический аппарат обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ), описывающий переходные процессы произвольной природы, даже если эти процессы относятся к живым или даже идеальным системам (например, популяционные волны в экосистемах). Это позволяет, в частности, использовать данный аппарат, например, в теории автоматического управления, полностью абстрагируясь от принципов функционирования конкретных объектов управления.

Наиболее полно и детально использование аппарата ОДУ отработано в теории электрических цепей. Поэтому модели физических процессов, основанные на математическом аппарате ОДУ, часто называют цепными моделями. При этом имеет смысл говорить о тепловых, гидравлических, пневматических, механических, магнитных цепях и т.п. – любой физический процесс в произвольной технической системе может быть описан в терминах и с использованием аппарата теории цепей.

Одним из наиболее популярных пакетов, используемых для компьютерной имитации физических цепей, является MatLab Simulink, предоставляющий пользователям богатый набор библиотек для решения конкретных прикладных задач практически из любой области инженерных наук. В частности, для моделирования физических процессов на основе теории цепей в пакете Simulink используется библиотека SimScape, в со-

став которой входят узкоспециализированные библиотеки моделирования процессов в терминах конкретной области физики (электричество, термодинамика, гидравлика и т.п.) [7].

Существуют также и бесплатные аналоги пакета MatLab Simulink, например SciLab Xcos [8]. Данный пакет также позволяет имитировать работу цепей, но только электрических. И этого вполне достаточно для расчета процессов произвольной природы, так как благодаря упомянутому изоморфизму можно построить электрическую схему замещения любого физического процесса [9], в том числе термодинамического [10]. А так как теория электрических цепей оказывается наиболее отработанной, то зачастую более рационально использовать именно электрические схемы замещения, чем решать задачи в терминах конкретных физических цепей.

Особенно полезно знать об этом специалистам в области электротехники, которым в силу специфики функционирования электротехнических устройств приходится решать задачи теплообмена, вентиляции, гидравлики и т.п. в условиях дефицита знаний и опыта в данных разделах физики. При этом теорию электрических цепей данные специалисты, как правило, знают очень хорошо. Полезно это и специалистам из других областей техники, например теплотехникам, так как использование мощного аппарата электрических цепей при моделировании тепловых систем зачастую позволяет существенно облегчить формализацию и решение задач. В случаях, когда техническая система функционирует на основе комбинации множества процессов различной природы, аппарат моделирования этих процессов на основе электрических схем замещения оказывается незаменимым.

Рассмотрим конкретный пример моделирования с использованием электрических схем замещения процессов теплопередачи в таких технических устройствах,

как электрические машины и трансформаторы. Будем использовать для этого популярную библиотеку моделирования электрических цепей MatLab SimScape SimPowerSystem.

Методы исследования. Как известно, процесс теплопроводности в твердых телах описывается законом Фурье

$$\vec{q} = -\lambda \vec{\nabla} T, \quad (1)$$

где q – удельный тепловой поток; λ – удельная теплопроводность; T – температура; $\vec{\nabla}$ – дифференциальный оператор (набла):

$$\vec{\nabla} = \frac{\partial}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial}{\partial z} \vec{k}. \quad (2)$$

Для частного случая одномерной теплопроводности получаем

$$q = -\lambda \frac{dT}{dx} \approx \lambda \frac{T_1 - T_2}{\Delta x} = \lambda \frac{\Theta}{\Delta x}, \quad (3)$$

где Θ – перепад температур.

Данное выражение можно привести к виду

$$Q = qS = \Theta \frac{\lambda S}{\Delta x} = \frac{\Theta}{R_T}, \quad (4)$$

аналогичному виду закона Ома для электрической цепи:

$$Q = \frac{\Theta}{R_T}, \quad (5)$$

где Q – тепловой поток; S – площадь, через которую проходит тепловой поток; R_T – тепловое сопротивление теплопроводности, которое вычисляется по формуле

$$R_T = \frac{1}{\lambda} \frac{\Delta x}{S}, \quad (6)$$

аналогичной формуле для расчета электрического сопротивления:

$$R_{\Omega} = \rho \frac{l_n}{S_n} = \frac{1}{\sigma} \frac{l_n}{S_n}, \quad (7)$$

где ρ и σ – удельное электрическое сопротивление и удельная электропроводность проводника соответственно; l_n и S_n – длина и сечение проводника соответственно.

Процесс конвективного теплообмена с охлаждающей средой описывается законом Ньютона–Рихмана:

$$q = \frac{Q}{S} = \alpha(T_n - T_c) = \alpha \cdot \Theta, \quad (8)$$

где α – коэффициент теплоотдачи поверхности; Θ – превышение температуры охлаждаемой поверхности T_n над температурой охлаждающей среды T_c .

Выражение (8) также приводится к виду (5), аналогичному закону Ома:

$$Q = qS = \alpha S \Theta = \frac{\Theta}{R_T}. \quad (9)$$

Тепловое сопротивление теплоотдачи при этом вычисляется по формуле

$$R_T = \frac{1}{\alpha S} R_T = \frac{1}{\alpha S}, \quad (10)$$

что аналогично электрическому сопротивлению растекания электрического тока.

Для моделирования тепловых процессов во времени используем уравнение остывания/нагрева однородного тела:

$$Q dt = cm d\Theta + \alpha S \Theta dt, \quad (11)$$

где t – время; c – удельная теплоемкость; m – масса.

Представим данное уравнение в виде

$$d\Theta = \frac{1}{cm} (Q - \alpha S \Theta) dt \quad (12)$$

или

$$d\Theta = \frac{1}{C_m} \left(Q - \frac{\Theta}{R_m} \right) dt, \quad (13)$$

где $C_m = cm$ – теплоемкость однородного тела.

Это уравнение совпадает по форме с уравнением электрической цепи, представленной на рис. 1:

$$dU = \frac{1}{C} \left(I - \frac{U}{R} \right) dt, \quad (14)$$

где U – напряжение на элементах схемы; C – электроемкость конденсатора; I – источник тока; R – электрическое сопротивление.

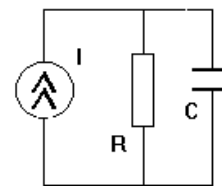


Рис. 1. Электрическая схема замещения участка тепловой цепи

В соответствии с первой теоремой подобия, два явления, описываемые изоморфными уравнениями, могут быть подобными при выполнении определенных условий, которые называются условиями подобия и представляют собой построенную по определенным правилам систему алгебраических уравнений, в которую входят величины, называемые масштабами подобия [11, 12].

Следует отметить, что условия подобия автоматически соблюдаются, если все масштабы подобия принять равными единице. При моделировании тепловых процессов с использованием реальных электрических цепей выполнение такого требования возможно лишь в немногих частных случаях, так как это может потребовать наличия элементов (конденсаторов, резисторов, источников тока) с нереализуемыми номиналами (например, конденсаторов емкостью в несколько фарад или сотен фарад). Однако при моделировании с использованием симуляторов типа MatLab Simulink данная проблема решается без особых трудностей (не считая случаев, когда построенная электрическая цепь предполагает возникновение большой численной погрешности при интегрировании итоговой ОДУ по времени).

В качестве примера рассмотрим простейшую тепловую цепь [13], с помощью которой моделируются тепловые процессы в однофазном трансформаторе малой мощности (рис. 2).

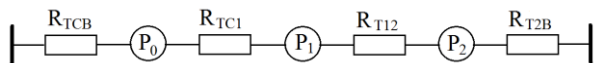


Рис. 2. Упрощенная тепловая цепь однофазного трансформатора

Здесь P_0 – источник теплотерь в железном сердечнике (потери холостого хода); P_1 и P_2 – электрические потери в первичной и вторичной обмотках соответственно; R_{TCB} – тепловое сопротивление теплоотдачи с поверхности сердечника к окружающему воздуху; R_{TC1} – тепловое сопротивление теплопроводности от сердечника к первичной обмотке через изоляцию; R_{T12} – тепловое сопротивление теплопроводности от первичной обмотки к вторичной через изоляцию; R_{T2B} – тепловое сопротивление теплоотдачи с поверхности вторичной обмотки к окружающему воздуху. В первом приближении считаем, что железный сердечник и медные обмотки обладают нулевым тепловым сопротивлением.

Электрическая схема замещения данной тепловой цепи с учетом рис. 1 имеет вид, представленный на рис. 3.

При переходе от тепловой цепи, представленной на рис. 2, к электрической схеме замещения, представленной на рис. 3, тепловые сопротивления заменяются электрическими без изменения топологии цепи. При этом номиналы электрических сопро-

тивлений численно равны номиналам соответствующих электрических сопротивлений. Вместо источников теплового потока в эквивалентной электрической цепи ставится узел, в который входит ветвь от источника тока с тем же численным значением номинала, что и у источника теплотерь. При этом свободный вывод источника тока заземляется. К узлам, соответствующим массивным элементам с заданной теплоемкостью присоединяются конденсаторы с электроемкостями, численно равными соответствующим теплоемкостям.

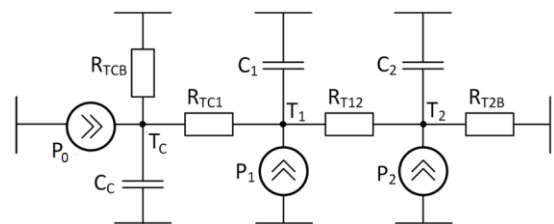


Рис. 3. Электрическая схема замещения упрощенной тепловой цепи однофазного трансформатора

Модель однофазного трансформатора, созданная в среде MatLab Simulink, которая может быть использована в качестве его цифрового двойника, приведена на рис. 4.

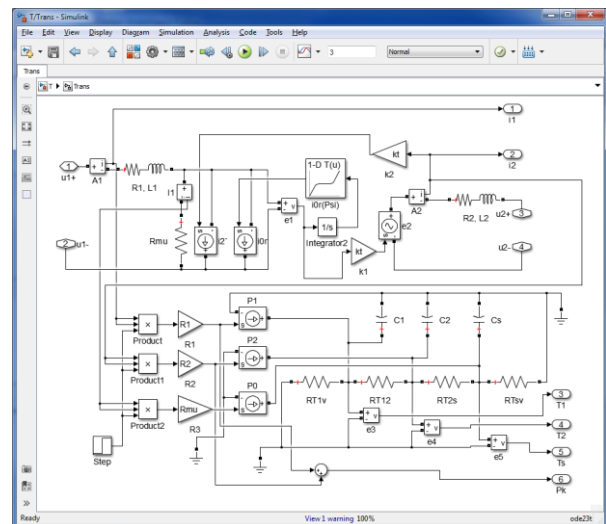


Рис. 4. Модель однофазного трансформатора с возможностью расчета тепловых процессов

Верхняя часть модели (рис. 4) соответствует физике процессов электромагнитного преобразования энергии в однофазном трансформаторе. Мгновенные значения токов в обмотках и ветви намагничивания используются для расчета соответствующих теплотерь. Данные численные значения поставляются в качестве номиналов управляемых источников тока, ими-

тирующих источники тепла в электрической схеме замещения тепловых процессов, представленной в нижней части рис. 4.

Так как тепловые процессы в трансформаторе обладают существенно большей инерцией, чем электромагнитные, емкости, соответствующие теплоемкостям тепловой цепи, искусственно завышены с 10000 раз, что соответствует масштабированию переходного процесса в тепловой цепи по оси времени. Так, на рис. 5 приведен результат расчета нагрева трансформатора при включении его на нагрузку из холодного состояния. Анализ результатов показывает, что переходные процессы полностью затухают примерно через 3 с, что с учетом масштаба по времени соответствует 30000 с.

Результаты исследований. В качестве результатов исследования рассмотрим модель машины постоянного тока, которая может быть использована в качестве ее цифрового двойника, позволяющего симулировать с большой точностью как процессы электромеханического преобразования энергии, так и процессы нагрева и охлаждения. Особенно полезна данная модель при принятии решений, касающихся возможности эксплуатации данной машины в различных режимах с изначально неясными последствиями, например для анализа теплового состояния машины при

работе с перегрузками в повторно-кратковременном режиме.

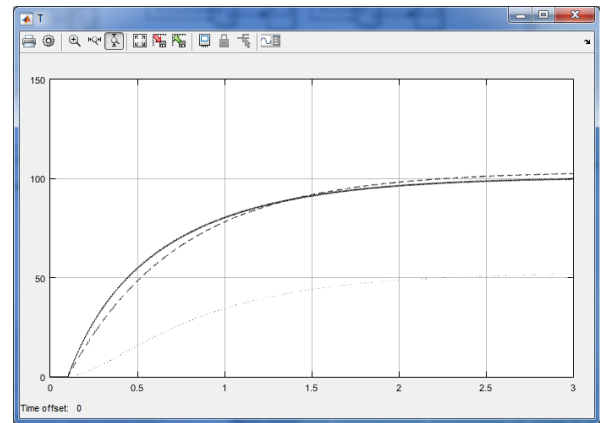


Рис. 5. Кривые изменения во времени температуры первичной и вторичной обмоток трансформатора в масштабе времени 1:10000

Имитационная модель машины приведена на рис. 6. Для моделирования электрической цепи машины здесь использована библиотека SimPowerSystem, входящая в состав MatLab Simulink SimScope. Для моделирования механических процессов используются (по выбору) две библиотеки: SimScope – Foundation Library – Mechanical и SimScope SimMechanics. Для моделирования тепловых процессов в статоре и ястре используется библиотека SimScope – Foundation Library – Thermal.

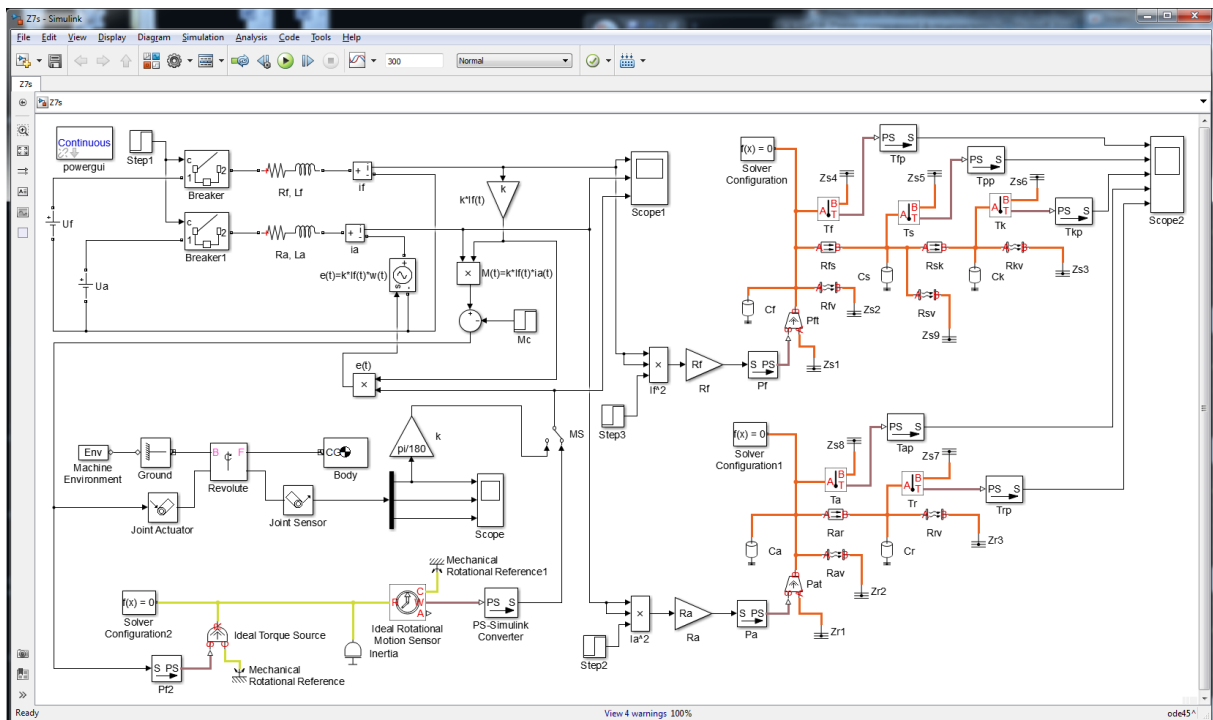


Рис. 6. Имитационная модель электромагнитных, механических и тепловых процессов в машине постоянного тока в MatLab Simulink SimScope

Математические вычисления осуществляются с использованием аппарата структурных схем, являющегося базовым функционалом Simulink. Все библиотеки связаны друг с другом в рамках единой модели с помощью интерфейсных блоков-конверторов PS_S и S_PS.

Как отмечалось, данный подход, основанный на использовании моделей, формализуемых в терминах конкретных технических дисциплин, возможен в рамках пакета MatLab Simulink, но при использовании других популярных и менее дорогостоящих пакетов имитации цепей более целесообразно использовать электрические схемы замещения различных физических процессов.

Так, на рис. 7 приведена электрическая схема замещения машины постоянного тока, построенная на основе схемы, приведенной на рис. 6. Здесь электрической цепью представлена не только тепловая часть модели (правая часть схемы), но и механическая цепь (нижняя левая часть схемы), представленная активным сопротивлением R_m , которое соответствует вязкому трению (вентиляторная нагрузка), и индуктивностью J , которая соответствует моменту инерции на валу. Момент внешней нагрузки на валу представлен математическим блоком M_H .

Обе модели (рис. 6 и рис. 7) дают один и тот же результат, представленный на рис. 8 и 9.

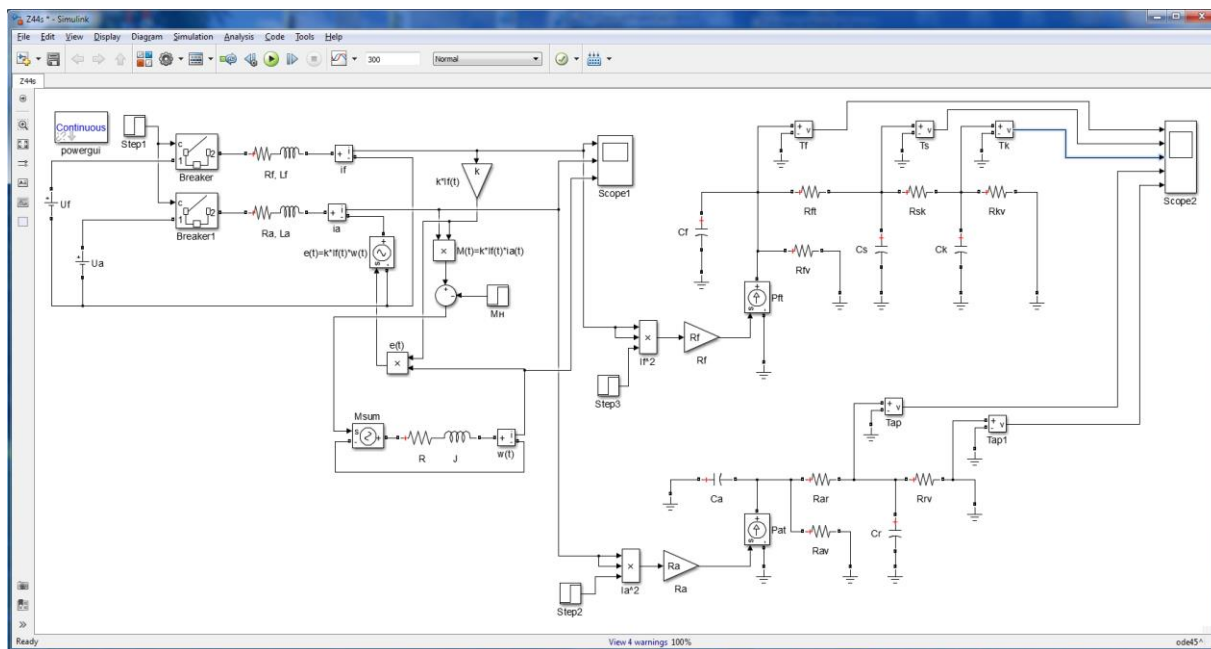


Рис. 7. Имитационная модель электромагнитных, механических и тепловых процессов в машине постоянного тока в MatLab Simulink SimPowerSystem

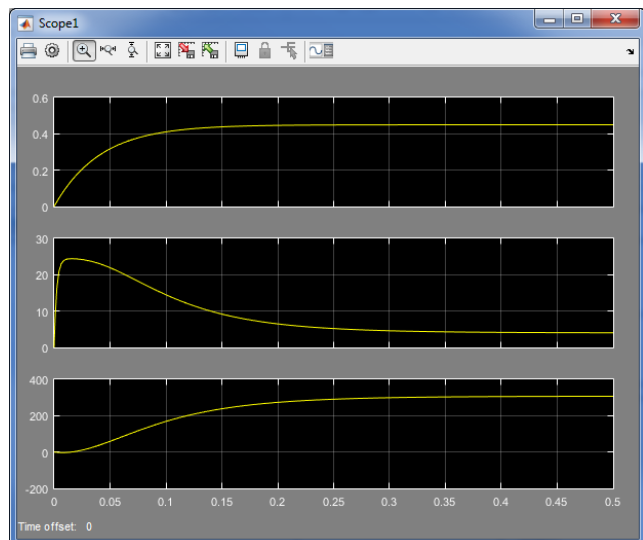


Рис. 8. Результат расчета электромеханической части модели: ток возбуждения, ток якоря, частота вращения якоря (масштаб по времени (горизонтальная ось) 1:1)

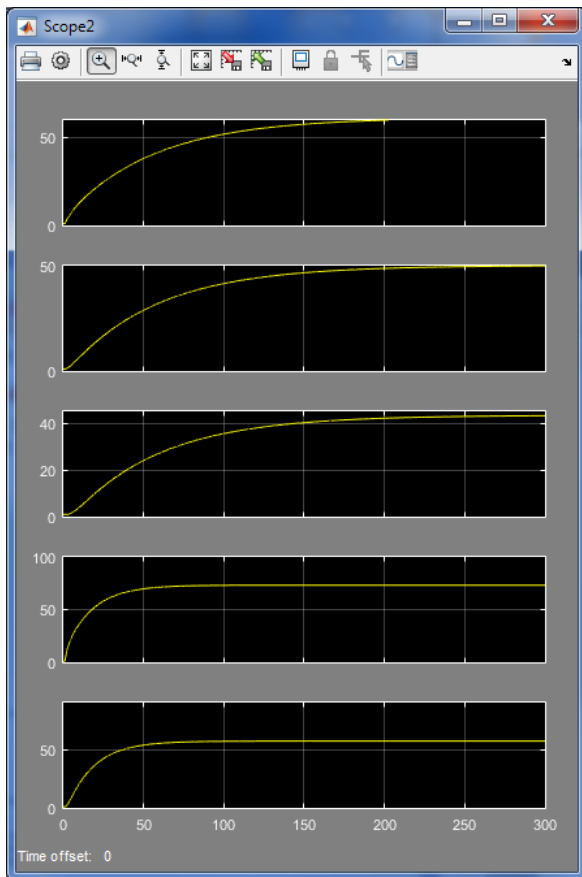


Рис. 9. Результат расчета температур различных узлов машины: обмотки статора, железа статора, корпуса, обмотки якоря, железа якоря (масштаб по времени 1:60)

Использование сложных разветвленных электрических схем замещения позволяет существенно повысить детальность моделируемых тепловых цепей, приблизив их по точности к полевым моделям, сохранив при этом главное достоинство цепных моделей – быстродействие. Так, в [14] приведены результаты исследований возможности построения детальной схемы замещения обмоток силового трансформатора, позволяющей получить картину распределения температуры по высоте обмотки, определив таким образом наиболее нагретую точку обмотки. Комбинация таких моделей с приведенным выше аппаратом имитационного моделирования позволит выйти на новый уровень развития технологии цифровых двойников, включив в него, например, методы диагностики.

Выводы. Использованный при разработке способа построения имитационных моделей метод аналогий основан на явлении изоморфизма обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающих переходные физические процессы произ-

вольной природы. Использование при моделировании электрических схем замещения физических процессов позволяет снизить уровень требований к системам имитационного моделирования, ограничив запрашиваемый функционал этих систем лишь электрическими цепями, с помощью которых предлагается создавать модели всех интересующих исследователя физических процессов, лежащих в основе принципа функционирования данного класса устройств.

Предложенный способ может быть положен в основу создания цифровых двойников технических устройств, позволяющих имитировать их работу в произвольных режимах с учетом множества связанных факторов различной физической природы. При моделировании приняты допущения, типичные для теории цепей.

Список литературы

1. **Олсон Г.** Динамические аналогии / пер. с англ. Б.Л. Коробочкина; под ред. М.А. Айзермана. – М.: Гос. изд-во иностр. лит., 1944. – 223 с.
2. **Костюченко Р.Ю.** Аналогии в науке и обучении // Вестник Сибирского института бизнеса и информационных технологий. – 2017. – № 4(24). – С. 136–142.
3. **Попков В.И.** Роль аналогии в развитии физики // Актуальная наука. Физико-математические науки. – 2017. – № 1. – С. 6–13.
4. **Эйшинский Е.Р.** О методе аналогий в изучении физики // Актуальные вопросы науки, техники и образования в атомной отрасли: труды XI региональной науч.-практ. конф. – Новоуральск: Изд-во НТИ НИЯУ МИФИ, 2017. – С. 210–215.
5. **К вопросу** теоретического моделирования методом электрических аналогий гидравлических систем / О.Е. Волков, В.А. Корнев, Р.И. Кюннап, А.А. Колесников // Наука, техника и образование. – 2015. – № 8(14) – С. 15–19.
6. **Микитянский В.В., Хевер Р.** Целесообразность применения метода электромеханических аналогий при исследовании динамики механизмов // Вестник АГТУ. – 2006. – № 2(3). – С. 44–50.
7. **Черных И.В.** Моделирование электротехнических устройств в MatLab, SimPowerSystems и Simulink. – М.: ДМК Пресс; СПб.: Питер, 2008. – 288 с.
8. **Решение** инженерных задач в среде Scilab / А.Б. Андриевский, Б.Р. Андриевский, А.А. Капитонов, А.Л. Фрадков. – СПб.: НИУ ИТМО, 2013. – 97 с.
9. **Певчев В.П.** Составление электрических схем замещения электротехнических

систем на основе метода аналогий. – Тольятти: ТГУ, 2010. – 87 с.

10. **Коздоба Л.А.** Электрическое моделирование явлений тепло- и массопереноса. – М.: Энергия, 1972. – 296 с.

11. **Веников В.А.** Теория подобия и моделирования (применительно к задачам электроэнергетики): учебник для вузов по спец. «Кибернетика электрических систем». – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Высш. шк., 1984. – 439 с.

12. **Тихонов А.И.** Основы теории подобия и моделирования: учеб. пособие / ФГБОУВО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина». – 2-е изд. доп. и перераб. – Иваново, 2016. – 116 с.

13. **Киш Л.** Нагрев и охлаждение трансформаторов: пер. с венг. / под ред. Г.Е. Тарле. – М.: Энергия, 1980. – 208 с.

14. **Стулов А.В., Тихонов А.И., Корнев И.А.** Разработка многоуровневой подсистемы тепловых расчетов САПР активной части распределительных трансформаторов / ФГБОУВПО «Ивановский государственный энергетический университет имени В.И. Ленина». – Иваново, 2014. – 96 с.

References

1. Olson, G. *Dinamicheskie analogii* [Dynamic analogies]. Moscow: Gosudarstvennoe izdatel'stvo inostrannoy literatury, 1944. 223 p.

2. Kostyuchenko, R.Yu. *Analogii v nauke i obuchenii* [Analogies in Science and Education]. *Vestnik Sibirskogo instituta biznesa i informatsionnykh tekhnologiy*, 2017, no. 4(24), pp. 136–142.

3. Popkov, V.I. *Rol' analogii v razvitiy fiziki* [The role of analogy in the development of physics]. *Aktual'naya nauka. Fiziko-matematicheskie nauki*, 2017, no. 1, pp. 6–13.

4. Eyshinskiy, E.R. *O metode analogiy v izuchenii fiziki* [On the method of analogies in the study of physics]. *Trudy XI regional'noy nauchno-prakticheskoy konferentsii «Aktual'nye voprosy nauki, tekhniki i obrazovaniya v atomnoy otrasli»* [Proceedings of the XI Regional Scientific and Practical Conference “Topical Issues of Science, Technology and Education in the Nuclear Industry”]. Novoural'sk: Izdatel'stvo NTI NIYaU MIFI, 2017, pp. 210–215.

5. Volkov, O.E., Kornev, V.A., Kyunnap, R.I., Kolesnikov, A.A. *K voprosu teoreticheskogo*

modelirovaniya metodom elektricheskikh analogiy gidravlicheskikh sistem [On the issue of theoretical modeling by the method of electrical analogies of hydraulic systems]. *Nauka, tekhnika i obrazovanie*, 2015, no. 8(14), pp. 15–19.

6. Mikityanskiy, V.V., Khever, R. *Tselesoobraznost' primeneniya metoda elektromekhanicheskikh analogiy pri issledovanii dinamiki mekhanizmov* [Feasibility of using the method of electromechanical analogies in the study of the dynamics of mechanisms]. *Vestnik AGTU*, 2006, no. 2(3), pp. 44–50.

7. Chernykh, I.V. *Modelirovaniye elektrotekhnicheskikh ustroystv v MatLab, SimPowerSystems i Simulink* [Simulation of electrical devices in MatLab, SimPowerSystems and Simulink]. Moscow: DMC Press; Saint-Petersburg: Peter, 2008. 288 p.

8. Andrievskiy, A.B., Andrievskiy, B.R., Kapitonov, A.A., Fradkov, A.L. *Reshenie inzhenernykh zadach v srede Scilab* [Solving engineering problems in the Scilab environment]. Saint-Petersburg: NIU ITMO, 2013. 97 p.

9. Pevchev, V.P. *Sostavleniye elektricheskikh skhem zameshcheniya elektrotekhnicheskikh sistem na osnove metoda analogiy* [Drawing up electrical equivalent circuits for electrical systems based on the analogy method]. Tol'yatti: TGU, 2010. 87 p.

10. Kozdoba, L.A. *Elektricheskoe modelirovaniye yavleniy teplo- i massoperenosa* [Electrical modeling of heat and mass transfer phenomena]. Moscow: Energiya, 1972. 296 p.

11. Venikov, V.A. *Teoriya podobiya i modelirovaniya (primenitel'no k zadacham elektroenergetiki)* [Theory of similarity and modeling (in relation to the problems of the electric power industry)]. Moscow: Vysshaya shkola, 1984. 439 p.

12. Tikhonov, A.I. *Osnovy teorii podobiya i modelirovaniya* [Fundamentals of the theory of similarity and modeling]. Ivanovo, 2016. 116 p.

13. Kish, L. *Nagrev i okhlazhdeniya transformatorov* [Heating and cooling of transformers]. Moscow: Energiya, 1980. 208 p.

14. Stulov, A.V., Tikhonov, A.I., Kornev, I.A. *Razrabotka mnogourovnevnoy podsystemy teplovykh raschetov SAPR aktivnoy chasti raspredelitel'nykh transformatorov* [Development of a multilevel subsystem of thermal calculations CAD of the active part of distribution transformers]. Ivanovo, 2014. 96 p.